PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
CICLO 2020-I
MICROECONOMÍA 1

Práctica Calificada 2

Profesora: Janina León Castillo (jaleon@pucp.edu.pe)
Jefas de prácticas: Camila Ghezzi (camila.ghezzi@pucp.pe) y Yasmeen Destre (y.destre@pucp)

---

1. [3 puntos] Justifique la veracidad o falsedad del siguiente enunciado. Acompañe su explicación con un gráfico.

   "La función de gasto mínimo es homogénea de grado uno en precios. Por ello, si se produce un incremento equiproporcional en todos los precios, el gasto necesario para adquirir la nueva canasta óptima es mayor. Además, esta nueva canasta es tal que tiene una menor cantidad de todos los bienes que la canasta inicial".

   FALSO. La función de mínimo gasto sí es homogénea de grado uno en precios, y efectivamente si hay un aumento en precios entonces habrá un aumento en el gasto. Sin embargo, la canasta sigue siendo la misma dado que no hay un cambio en precios relativos y la elección de la canasta óptima para un nivel de utilidad fijo no cambia.

2. [3 puntos] Considere un consumidor cuyo bienestar depende del consumo de dos bienes (1 y 2). Asuma que la elasticidad ingreso de la demanda del bien 2 es unitaria y que en la situación inicial el consumidor gasta la mitad de su presupuesto en el bien 2. Si la elasticidad precio cruzada de la demanda del bien 1 (con respecto al precio del bien 2) es 0.20, ¿cuál será el cambio porcentual en la demanda compensada del bien 1 si se produce un incremento de 10% en el precio del bien 2? (Ayuda: recuerde la ecuación de Slutsky).

   Planteamos los datos:

$$\varepsilon_{x_2,I} = 1$$
$$\varepsilon_{x_1,p_2} = 0.2$$
$$\frac{I}{2} = p_2 x_2 \rightarrow 0.5 = \frac{x_2 p_2}{I} \; ; 0.5 = \frac{x_1 p_1}{I}$$

   Ecuación de Slutsky:

$$\frac{\partial x_1^m}{\partial p_2} = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_2} - x_2^m \frac{\partial x_1^m}{\partial I}$$

   Algunos artificios a la ecuación:

$$\frac{\partial x_1^m}{\partial p_2}\left(\frac{p_2}{x_1}\right) = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_2}\left(\frac{p_2}{x_1}\right) - x_2^m \frac{\partial x_1^m}{\partial I}\left(\frac{p_2}{x_1}\right)\left[\frac{I}{I}\right]$$

$$\varepsilon_{x_1,p_2} = \varepsilon^c_{x_1,p_2} - \varepsilon_{x_1,I}\,(0.5)$$

$$0.2 = \varepsilon^c_{x_1,p_2} - \varepsilon_{x_1,I}\,(0.5)$$

Ahora para hallar $\varepsilon_{x_1,I}$:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = Ingreso$$

Derivamos con relación al ingreso:

$$p_1\left(\frac{\partial x_1}{\partial I}\right) + p_2\left(\frac{\partial x_2}{\partial I}\right) = 1$$

Artificios:

$$p_1\left(\frac{\partial x_1}{\partial I}\right)\left(\frac{Ix_1}{x_1I}\right) + p_2\left(\frac{\partial x_2}{\partial I}\right)\left(\frac{Ix_2}{x_2I}\right) = 1$$

$$\varepsilon_{x_1,I}\left(\frac{p_1x_1}{I}\right) + \varepsilon_{x_2,I}\left(\frac{p_2x_2}{I}\right) = 1$$

$$\varepsilon_{x_1,I}\,(0.5) + \varepsilon_{x_2,I}(0.5) = 1$$

$$\varepsilon_{x_1,I}\,(0.5) + 1\,(0.5) = 1$$

Despejamos:

$$\varepsilon_{x_1,I} = 1$$

Teníamos:

$$0.2 = \varepsilon^c_{x_1,p_2} - \varepsilon_{x_1,I}\,(0.5)$$
$$0.2 = \varepsilon^c_{x_1,p_2} - 1\,(0.5)$$

$$\varepsilon^c_{x_1,p_2} = 0.7$$

Un incremento en 10% en el precio del bien 2, producirá un cambio porcentual del 7% en la demandan compensada del bien 1.

3. [6 puntos] Carla consume dos bienes: alimentos (A) y libros (L). Las preferencias de Carla se pueden representar por la siguiente función de utilidad:

$$U(A, L) = (A - \delta)^{0.5}L^{0.5}$$

   a. [1 punto] Halle la función de utilidad indirecta.

$$\frac{0.5(A-\delta)^{-0.5}L^{0.5}}{0.5(A-\delta)^{0.5}L^{-0.5}} = \frac{p_A}{p_L}$$

$$L = \frac{p_A(A-\delta)}{p_L}$$

$$p_AA + p_L\frac{p_A(A-\delta)}{p_L} = I$$

$$A^m = \frac{I + \delta p_A}{2p_A}$$

$$L = \frac{p_A\left(\frac{I + \delta p_A}{2p_A} - \delta\right)}{p_L}$$

$$L^m = \frac{I - \delta p_A}{2p_L}$$

$$U = \left(\frac{I + \delta p_A}{2p_A} - \delta\right)^{0.5}\left(\frac{I - \delta p_A}{2p_L}\right)^{0.5}$$

$$U^* = \frac{I - \delta p_A}{2(p_A p_L)^{0.5}}$$

b. [1 punto] Halle la función de gasto mínimo.

$$L = \frac{p_A(A - \delta)}{p_L}$$

$$\overline{U} = (A - \delta)^{0.5}\left(\frac{p_A(A - \delta)}{p_L}\right)^{0.5}$$

$$A^h = \overline{U}\left(\frac{p_L}{p_A}\right)^{0.5} + \delta$$

$$L = \frac{p_A(\overline{U}\left(\frac{p_L}{p_A}\right)^{0.5} + \delta - \delta)}{p_L}$$

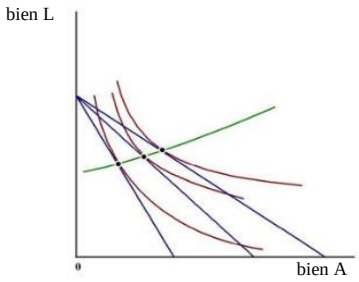
$$L^h = \overline{U}\left(\frac{p_A}{p_L}\right)^{0.5}$$

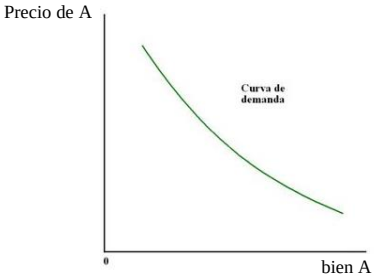
$$E = p_A\left(\overline{U}\left(\frac{p_L}{p_A}\right)^{0.5} + \delta\right) + p_L\overline{U}\left(\frac{p_A}{p_L}\right)^{0.5}$$

$$E^* = 2\overline{U}(p_A p_L)^{0.5} + p_A\delta$$

c. [2 puntos] Grafique la curva de Consumo – Precio y la curva de demanda ordinaria del bien A.

$$\frac{\partial A^m}{\partial p_A} = -\frac{I}{2{P_A}^2} < 0$$
$$\frac{\partial L^m}{\partial p_A} = -\frac{\delta}{2{P_L}^2} < 0$$





d. [2 puntos] Halle el efecto sustitución y el efecto renta de un cambio en el precio de los libros sobre los "libros", a partir de la ecuación de Slutsky.

$$\frac{\partial L^m}{\partial p_L} = \frac{\partial L^c}{\partial p_L} - L\frac{\partial L^m}{\partial I}$$

$$\frac{\partial L^m}{\partial p_L} = -\frac{I - \delta p_A}{2{p_L}^2} = EP_L$$

$$\frac{\partial L^c}{\partial p_L} = -\frac{I - \delta p_A}{4{p_L}^2} = ES_L$$

$$-L\frac{\partial L^m}{\partial I} = -\frac{I - \delta p_A}{2p_L} * \frac{1}{2p_L} = -\frac{I - \delta p_A}{4{p_L}^2} = EI_L$$

$$-\frac{I - \delta p_A}{4{p_L}^2} - \frac{I - \delta p_A}{4{p_L}^2} = -\frac{I - \delta p_A}{2{p_L}^2}$$

4. [8 puntos] Asuma que las preferencias de un individuo se definen sobre dos bienes y_1 y y_2, las cuales son representadas por la siguiente función de utilidad:

$$U(y_1, y_2) = Ay_1^{\alpha} y_2^{1-\alpha}$$

Considere que los precios a los que puede adquirir estos bienes en el mercado son p_1 y p_2 y que su nivel de ingresos es I. Asimismo, las preferencias del consumidor son racionales y continuas.

a. [2 puntos] Demuestre que se cumple el Lema de Shepard

Tenemos:

$$Y_1(p_1, I) = \frac{\alpha I}{p_1} \quad ; Y_2(p_2, I) = \frac{(1-\alpha)I}{p_2}$$

$$v(p_1, p_2, I) = A \left[\frac{\alpha}{p_1}\right]^{\alpha} \left[\frac{(1-\alpha)}{p_2}\right]^{1-\alpha}$$

$$e(p_1, p_2, u) = \frac{u}{A} \left[\frac{p_1}{\alpha}\right]^{\alpha} \left[\frac{p_2}{(1-\alpha)}\right]^{1-\alpha}$$

Usando el Lema de Shepard:

$$Y_1(p_1, p_2, u) = \frac{\partial e(p_1, p_2, u)}{\partial p_1} = \frac{u}{A}\left[\frac{\alpha p_2}{(1-\alpha)p_1}\right]^{1-\alpha}$$

$$Y_2(p_1, p_2, u) = \frac{\partial e(p_1, p_2, u)}{\partial p_1} = \frac{u}{A}\left[\frac{(1-\alpha)p_1}{\alpha p_2}\right]^{1-\alpha}$$

b. [2 puntos] Demuestre que se cumple la Identidad de Roy

Si:

$$Y_1(p_1, p_2, u) = \frac{\partial e(p_1, p_2, u)}{\partial p_1} = \frac{u}{A}\left[\frac{\alpha p_2}{(1-\alpha)p_1}\right]^{1-\alpha}$$

$$Y_2(p_1, p_2, u) = \frac{\partial e(p_1, p_2, u)}{\partial p_1} = \frac{u}{A}\left[\frac{(1-\alpha)p_1}{\alpha p_2}\right]^{1-\alpha}$$

$$e(p_1, p_2, u) = \frac{u}{A} \left[\frac{p_1}{\alpha}\right]^{\alpha} \left[\frac{p_2}{(1-\alpha)}\right]^{1-\alpha}$$

$$I = \frac{v}{A} \left[\frac{p_1}{\alpha}\right]^{\alpha} \left[\frac{p_2}{(1-\alpha)}\right]^{1-\alpha}$$

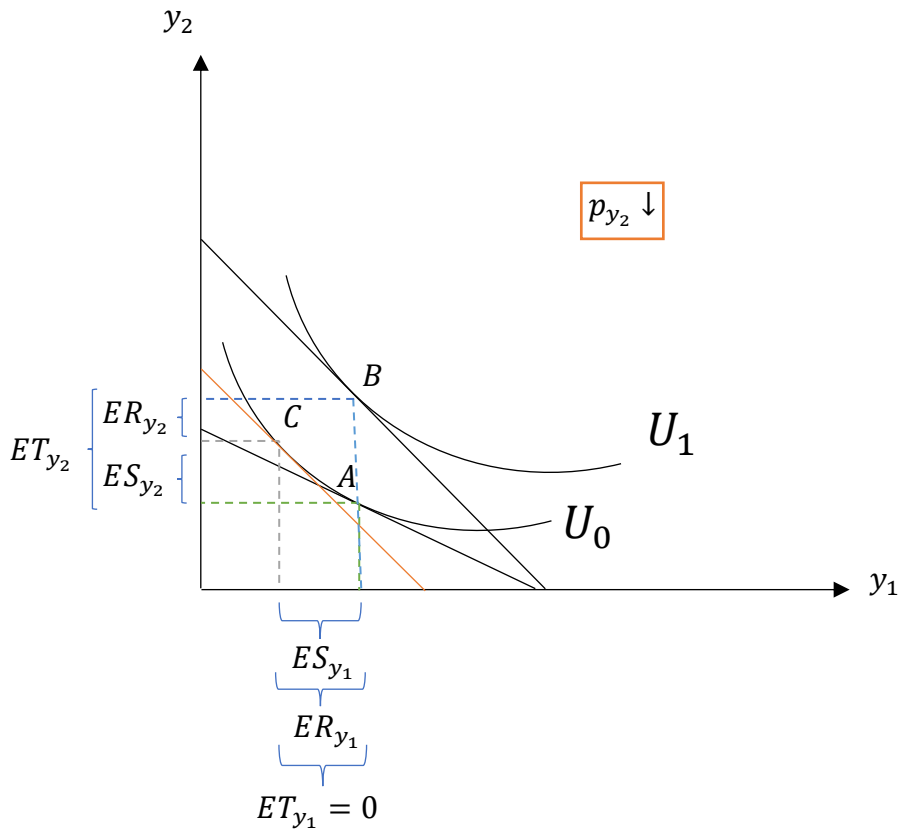
$$v(p_1, p_2, I) = A \left[\frac{\alpha}{p_1}\right]^{\alpha} \left[\frac{(1-\alpha)}{p_2}\right]^{1-\alpha}$$

Usando la Identidad de Roy:

$$Y_1(p_1, I) = -\frac{\frac{\partial V}{\partial p_1}}{\frac{\partial V}{\partial I}} = \frac{\alpha I}{p_1}$$

$$Y_2(p_2, I) = -\frac{\frac{\partial V}{\partial p_2}}{\frac{\partial V}{\partial I}} = \frac{(1-\alpha)I}{p_2}$$

c. [2 puntos] Muestre gráficamente la desagregación del efecto precio, según Slutsky, ante una disminución del precio del bien y_2.



d. [2 puntos] Muestre gráficamente la desagregación del efecto precio, según Hicks, ante una disminución del precio del bien y_1.